УДК 622.276.5.001.42+519.23/.25

К.А. Сидельников [1], *С.В. Денисов* [2]
[1] Уфимский государственный нефтяной технический университет, г. Уфа, Россия
[2] Ижевский государственный технический университет, г. Ижевск, Россия
sidelkin@yandex.ru.

Метод дискриминантного анализа моделей пласта-коллектора по результатам гидродинамических исследований скважин

В статье описывается новый количественный метод для дискриминантного анализа моделей, который был назван методом последовательного прогнозирования вероятностей. Данный метод базируется на байесовском выводе. Метод является прямым продолжением способов, использующих концепцию доверительных интервалов, но в то же время лишен их основных недостатков.

Метод последовательного прогнозирования вероятностей

Идея метода последовательного прогнозирования вероятностей (МППВ) состоит в том, что корректная модель должна более точно предсказывать изменения давления, чем другие модели. С количественной точки зрения вероятность реального изменения давления в будущие моменты времени для корректной модели должна быть выше, чем прогнозируемая вероятность для остальных моделей. Прогнозное распределение вероятностей событий, связанных с изменениями давления, может быть рассчитано при известных распределениях вероятностей параметров.

С другими методами, схожими с предлагаемым подходом, можно ознакомиться в [1].

Базовый алгоритм МППВ для проведения дискриминантного анализа моделей пластов на основании гидродинамических исследований скважин (ГДИС) имеет следующий вид.

1. Выбрать несколько моделей-кандидатов пласта, которые так или иначе согласуются с данными ГДИС и другой доступной информацией.

2. Использовать первые несколько результатов замера давления для оценки параметров пласта и предсказать распределение вероятностей для давления в следующий момент времени применительно к каждой модели пласта.

3. Вычислить вероятность путем подстановки реального значения давления в формулу для прогнозируемого распределения вероятностей и обновить значение суммарной вероятности, умножив ее на только что рассчитанную вероятность, применительно к каждой модели пласта.

4. Повторять шаги до тех пор, пока не будет достигнуто различие в суммарных вероятностях для каждой модели пласта.

5. Дискриминантный анализ моделей-кандидатов пласта осуществляется на основании вычисленных суммарных вероятностей.

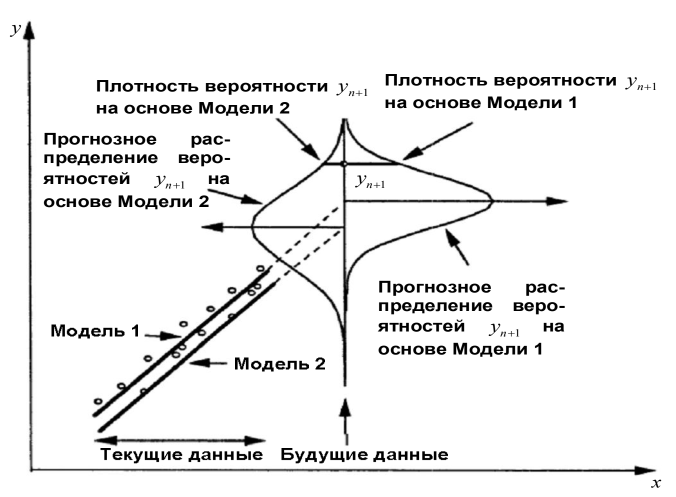


Рисунок 1 – Схематическое представление метода прогнозирования вероятностей для двух моделей

Прогнозное распределение вероятностей для каждой модели определяется в соответствии со следующей процедурой в рамках байесовского вывода. При этом параметры $\mathbf{и}$ считаются случайными величинами с некоторыми распределениями вероятностей.

Предположим, что нам известна дисперсия σ^2 этих распределений. Тогда неопределенность, связанная с моделью, описывается следующим образом:

$$Prob\left(\mathbf{и}\middle| y_1,\ldots, y_n\right) = \frac{\left|\mathbf{H}\right|^{1/2}}{\left(2\pi\sigma^2\right)^{m/2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\mathbf{и}-\hat{\mathbf{и}}\right)^{\mathrm{T}} \mathbf{H}\left(\mathbf{и}-\hat{\mathbf{и}}\right)\right). \quad (1)$$

Параметры $\mathbf{и}$ образуют многомерное нормальное распределение вокруг $\hat{\mathbf{и}}$ с матрицей ковариаций $\sigma^2\mathbf{H}^{-1}$ при известных n независимых наблюдений результатов измерения давления. $\mathbf{и}$ – это вектор размерности m, а значит, их распределение вероятностей также имеет размерность m. Средние (ожидаемые) значения параметров $\hat{\mathbf{и}}$ являются оценками $\mathbf{и}$ по методу наименьших квадратов (МНК) на основе n независимых наблюдений. Матрица ковариаций $\sigma^2\mathbf{H}^{-1}$ – это $m \times m$ матрица.

С использованием оценок параметров $\hat{\mathbf{и}}$ и n наблюдений реальное значение давления y^*_{n+1} в точке x_{n+1} выражается путем разложения в ряд Тейлора с сохранением членов вплоть до первого порядка:

$$y^*_{n+1} = F\left(\mathbf{и},\ x_{n+1}\right) = F\left(\hat{\mathbf{и}},\ x_{n+1}\right) + \mathbf{g}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{и}-\hat{\mathbf{и}}\right), \quad (1)$$

где

$$\mathbf{g} = \left(\frac{\partial F\left(\mathbf{и},\ x_{n+1}\right)}{\partial\theta_1} \quad \ldots \quad \frac{\partial F\left(\mathbf{и},\ x_{n+1}\right)}{\partial\theta_m}\right)^{\mathrm{T}}_{\mathbf{и}=\hat{\mathbf{и}}}. \quad (2)$$

Градиент функции модели $\mathbf{g}$ вычисляется в точке x_{n+1} с помощью оценочных значений параметров на основе первых n наблюдений.

Выбрав обозначение $\hat{y}_{n+1} = F\left(\hat{\mathbf{и}},\ x_{n+1}\right)$, уравнение (1) можно представить в виде

$$y^*_{n+1} - \hat{y}_{n+1} = \mathbf{g}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{и}-\hat{\mathbf{и}}\right). \quad (3)$$

В соответствии с (1), y^*_{n+1} нормально распределено относительно $\hat{y}_{n+1}$ с прогнозной дисперсией

$$\sigma_\text{p}^2 = \mathbf{g}^\text{T} \cdot \sigma^2 \mathbf{H}^{-1} \cdot \mathbf{g} = \mathbf{g}^\text{T} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{g} \cdot \sigma^2, \tag{4}$$

и условной вероятностью

$$Prob\left(y^*_{n+1} \middle| \hat{y}_{n+1}\right) = Prob\left(y^*_{n+1} \middle| y_1, \ldots, y_n\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\text{p}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\text{p}^2}\left(y^*_{n+1} - \hat{y}_{n+1}\right)^2\right). \tag{5}$$

Уравнение (5) характеризует неопределенность, связанную с моделью, которое показывает, насколько она адекватна, и полностью определяется средним (ожидаемым) значением $\hat{y}_{n+1}$ и прогнозной дисперсией σ_p^2.

Неопределенность, связанная с данными, описывается следующим образом. Предположим, что наблюдаемое изменение давления y_{n+1} нормально распределено относительно реального изменения давления y^*_{n+1} с дисперсией σ^2:

$$Prob\left(y_{n+1} \middle| y^*_{n+1}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\left(y_{n+1} - y^*_{n+1}\right)^2\right). \tag{6}$$

Точно такое же допущение делалось при выводе (1). Формула (6) выражает неопределенность, связанную с данными, которая характеризует то, как хорошо модель соответствует данным. Поскольку точное значение y^*_{n+1} неизвестно, связь между y_{n+1} и $\hat{y}_{n+1}$ устанавливается путем исключения при интегрировании по y^*_{n+1} :

$$\begin{aligned} & Prob\left(y_{n+1} \middle| \hat{y}_{n+1}\right) = Prob\left(y_{n+1} \middle| y_1, \ldots, y_n\right) = \\ & = \int Prob\left(y_{n+1} \middle| y^*_{n+1}\right) \cdot Prob\left(y^*_{n+1} \middle| \hat{y}_{n+1}\right) dy^*_{n+1} = \\ & = \frac{1}{\sqrt{2\pi\left(\sigma^2 + \sigma_\text{p}^2\right)}} \exp\left(-\frac{1}{2\left(\sigma^2 + \sigma_\text{p}^2\right)}\left(y_{n+1} - \hat{y}_{n+1}\right)^2\right). \end{aligned} \tag{7}$$

В результате наблюдаемое изменение давления y_{n+1} нормально распределено относительно прогнозируемого (ожидаемого) изменения давления $\hat{y}_{n+1}$ с общей прогнозной дисперсией $\sigma^2 + \sigma_\text{p}^2 = \left(1 + \mathbf{g}^\text{T}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{g}\right) \cdot \sigma^2$. Данная дисперсия связывает неопределенность модели σ_p^2 и неопределенность данных σ^2. Результатом подстановки наблюдаемого изменения давления y_{n+1} в (7) будет вероятность наблюдения y_{n+1} в момент x_{n+1} для данной модели на основе первых n наблюдений.

На рис. 1 представлены прогнозные распределения вероятностей для двух моделей, которые обозначены как «Модель 1» и «Модель 2». Видно, что вероятность y_{n+1} для первой модели выше, чем для второй. Поэтому «Модель 1» более адекватна, чем «Модель 2». Уравнение (7) указывает на то, что вероятность наблюдения y_{n+1} в момент x_{n+1} будет тем выше, чем меньше общая прогнозная дисперсия $\sigma^2 + \sigma_\text{p}^2$ и наблюдаемое изменение давления y_{n+1} ближе к прогнозируемому (ожидаемому) значению $\hat{y}_{n+1}$.

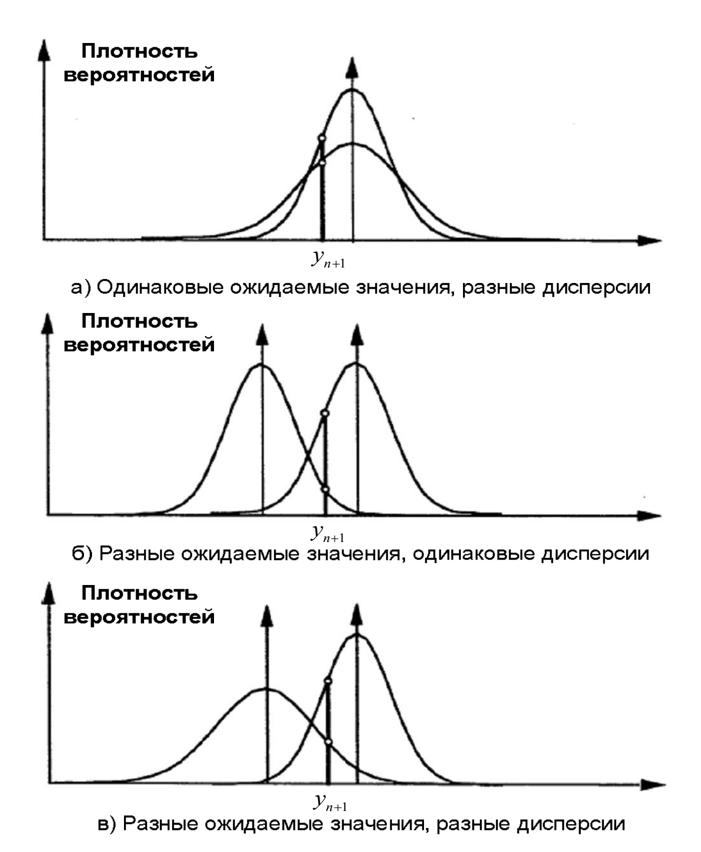


Рисунок 2 – Три возможных случая прогнозных распределений вероятностей для двух моделей

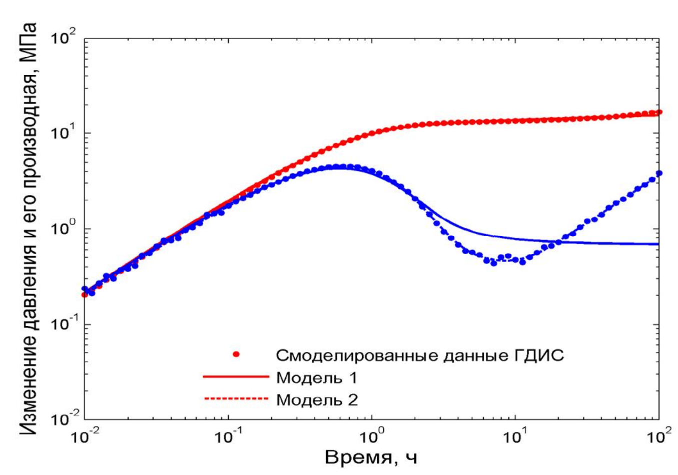


Рисунок 3 – Окончательное сравнение Модели 1 и Модели 2

На рис. 2 показаны три возможных случая для двух моделей. Так, на рис. 2(а) ожидаемые изменения давления для двух моделей совпадают, а общие прогнозные дисперсии различаются. В таком случае вероятность наблюдения y_{n+1} для модели с меньшей дисперсией будет выше. На рис. 2(б) ожидаемые изменения давления для двух моделей различны, а общие прогнозные дисперсии одинаковы. В этом случае вероятность наблюдения y_{n+1} будет выше для модели, у которой ожидаемое изменение давления ближе к его действительному значению. На рис. 2(в) ожидаемые изменения

давления и общие прогнозные дисперсии отличаются. Тогда вероятность наблюдения y_{n+1} будет выше для модели, которая имеет меньшую дисперсию и у которой ожидаемое изменение давления ближе к его действительному значению.

Однако в тех случаях, когда реальное изменение давления ближе к ожидаемому значению для модели с большей общей прогнозной дисперсией, этой модели будет соответствовать более высокая вероятность наблюдения y_{n+1} в момент x_{n+1}. Это говорит о том, что данная модель, имеющая на данной стадии бóльшую общую прогнозную дисперсию, может оказаться корректной моделью в будущем. То есть последовательная процедура используется для того, чтобы проверить, насколько верно это предположение.

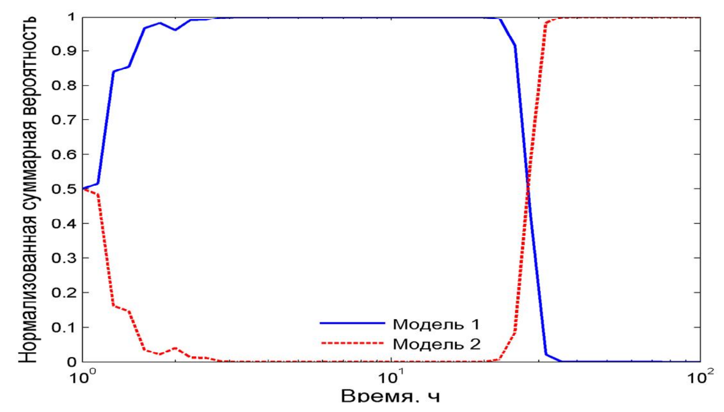


Рисунок 4 – Нормализированные суммарные вероятности

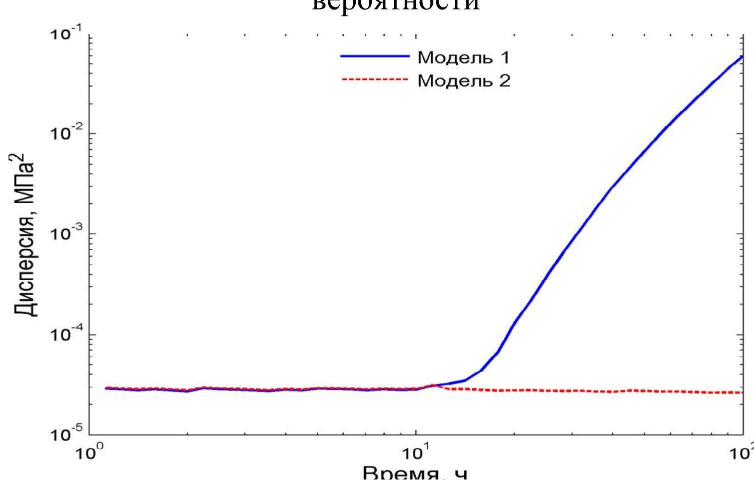


Рисунок 5 – Оценка дисперсии σ^2

Другими словами, подстановка действительного изменения давления в формулу для прогнозного распределения вероятностей для каждой модели является процессом принятия решения о том, какая из моделей наиболее адекватна на текущей стадии. При этом последовательная процедура представляет собой аккумулирование результатов принятия решений на всех стадиях.

Практические рекомендации по использованию метода

Выбор того, где должна начинаться процедура, является довольно сложной проблемой. Необходимо принимать во внимание два следующих аспекта из практики ГДИС. В течение режима влияния ствола скважины практически отсутствует фильтрация через

вскрытую поверхность забоя и стенок скважины, в результате в пласт не поступает входной сигнал. Поэтому в течение этого периода ГДИС по результатам измерений давления невозможно получить какую-либо информацию о пласте. С другой стороны, как только входной сигнал достиг пласта, выходной сигнал теоретически несет всю информацию о пласте: средняя проницаемость, скин-фактор, граничные эффекты, влияние неоднородности и т.д., поскольку изменения давления распространяются внутри пласта с конечной скоростью ввиду их диффузионной природы. Для учета этих двух аспектов начальная точка выбиралась сразу же после горба кривой, возникающего из-за влияния ствола скважины, на графике производной функции давления.

Теоретически можно выбирать временные шаги в любой последовательности. Однако в данной статье временные шаги выбираются в хронологическом порядке. Граничные эффекты проявляются, как правило, через определенное время и в процессе изменения внутрипластового давления становятся все более и более заметными. Хронологический выбор временных шагов делает метод более чувствительным к обнаружению этих эффектов.

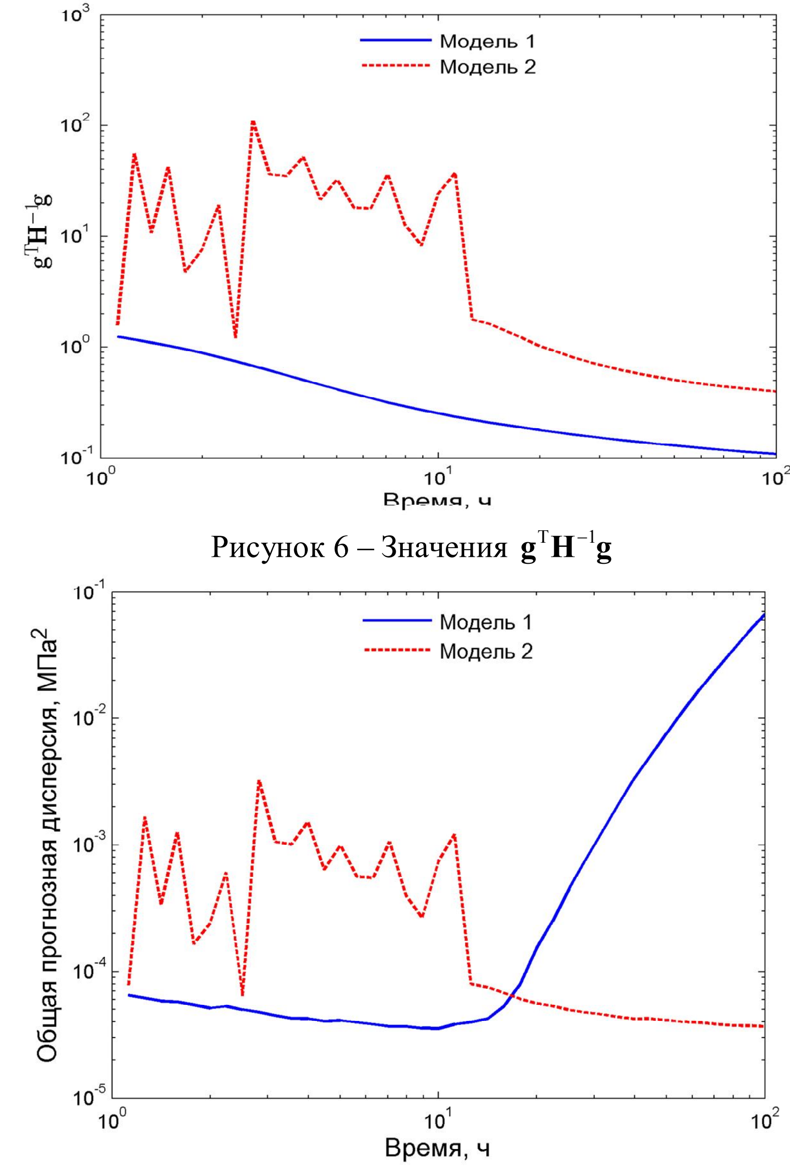


Рисунок 6 – Значения $\mathbf{g}^T\mathbf{H}^{-1}\mathbf{g}$

Рисунок 7 – Общая прогнозная дисперсия

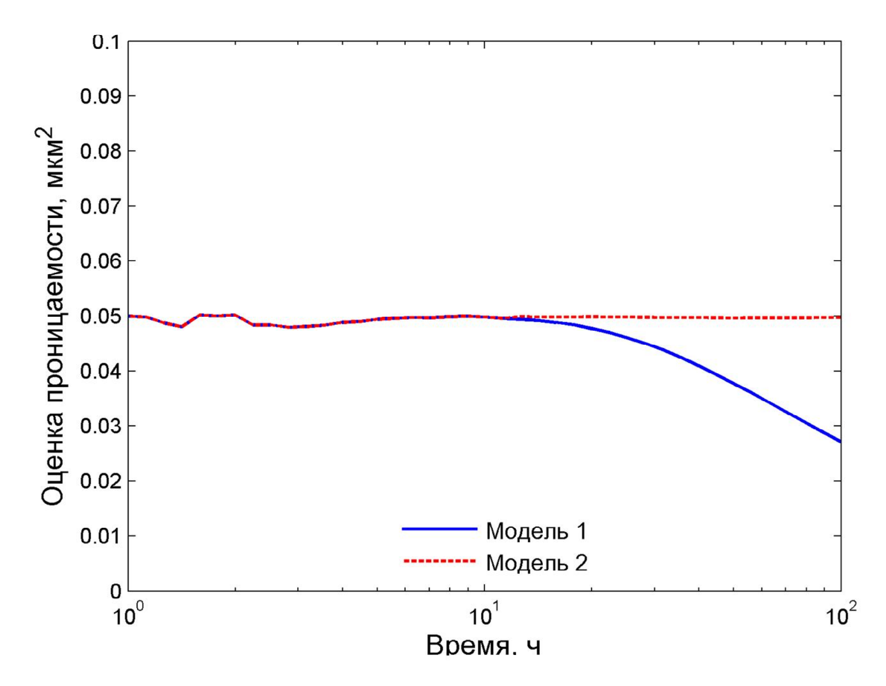


Рисунок 8 – Оценка проницаемости

Кроме того, такой выбор согласуется с концепциями радиуса исследования и времени установления. Данный подход также наглядно показывает, каков характер отклонений значений давления для наблюдаемых данных от данных, полученных с помощью модели, зависящей от времени. Подобная информация очень полезна для принятия решения о том, подходит ли модель или нет.

Хотя обычно за раз прогнозируется только одна точка наблюдения, теоретически возможно предсказывать любое количество изменений давления в любой момент времени на базе фиксированного числа точек данных. Другими словами, с помощью первых n наблюдений за раз можно прогнозировать изменение давления не только в момент x_{n+1}, но также и в момент x_{n+2}. Однако в работе на каждом шаге процедуры делался прогноз только для одной точки данных.

На каждом шаге процедуры для прогнозирования изменения давления на следующем временном шаге использовались все данные, начиная с первой точки и заканчивая текущей исследуемой точкой. Каждый раз, когда процедура повторяется, количество используемых точек данных увеличивается на единицу. Оценки параметров обновляются на каждом временном шаге. Новые данные о давлении содержат дополнительную информацию о параметрах при условии, что модель корректна. В качестве алгоритма нелинейной регрессии для оценки параметров применялся метод Гаусса – Маквардта со штрафными функциями и специальной техникой интерполяции и экстраполяции.

В начальной точке нет никакой информации о том, какая из моделей лучше. Если число возможных моделей обозначено как n_{m}, вероятность, связанная с каждой моделью, устанавливается равной $1/n_{\mathrm{m}}$.

Для проверки адекватности модели на всем временном интервале должна использоваться суммарная вероятность. Суммарная вероятность для каждой модели может быть легко вычислена путем последовательного умножения условных вероятностей на каждом шаге прогноза.

Из определения условной вероятности следует, что

$$Prob(B|A) = \frac{Prob(A \cap B)}{Prob(A)}. \qquad (8)$$

Поэтому

$$Prob(y_{n+1}|y_1,\ldots,y_n) = \frac{Prob(y_1,\ldots,y_n,y_{n+1})}{Prob(y_1,\ldots,y_n)}. \qquad (9)$$

Это приводит к тому, что

$$\begin{aligned} &Prob(y_{n+2}|y_1,\ldots,y_n,y_{n+1}) \cdot Prob(y_{n+1}|y_1,\ldots,y_n) = \\ &= \frac{Prob(y_1,\ldots,y_n,y_{n+1},y_{n+2})}{Prob(y_1,\ldots,y_n,y_{n+1})} \cdot \frac{Prob(y_1,\ldots,y_n,y_{n+1})}{Prob(y_1,\ldots,y_n)} = \\ &= \frac{Prob(y_1,\ldots,y_n,y_{n+1},y_{n+2})}{Prob(y_1,\ldots,y_n)}. \end{aligned} \qquad (10)$$

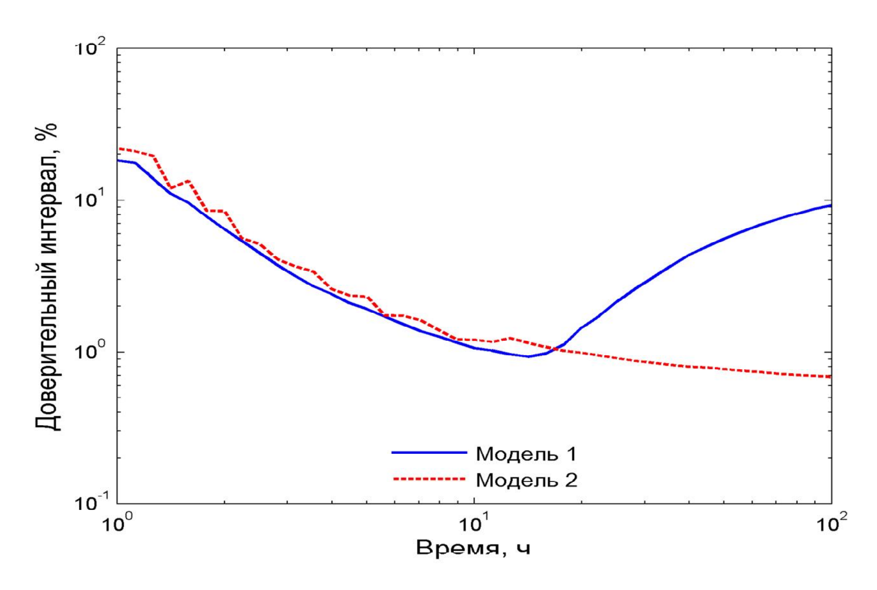


Рисунок 9 – Доверительный интервал оценки проницаемости

То есть произведение условных вероятностей представляет собой суммарную вероятность наступления событий $y_1,\ldots,y_n,y_{n+1},y_{n+2}$ в рамках данной модели. Суммарная вероятность характеризует степень адекватности модели на всем временном интервале.

Суммарные вероятности, связанные с каждой моделью, нормализуются так, что в сумме они дают единицу. Когда в течение последовательной процедуры нормализованная суммарная вероятность модели стремится к единице, то можно сделать вывод о том, что эта модель является наиболее подходящей. В случаях же, когда модель не имеет преимуществ по сравнению с другими моделями, то возможны два варианта: следует использовать другую модель или исходных данных недостаточно, чтобы провести различие между моделями.

После n наблюдений суммарные вероятности, связанные с n_m моделями, есть $\Pi_1^n, \Pi_2^n,\ldots,\Pi_{n_m}^n$. Суммарные вероятности, вычисленные на основе $n+1$ наблюдения,

есть $\Pi_1^{n+1}, \Pi_2^{n+1}, \ldots, \Pi_{n_m}^{n+1}$. Нормализованная суммарная вероятность, соответствующая j-й модели, определяется как

$$\Pi_j^{n+1} = \frac{\Pi_j^n P_j^{n+1}}{\sum_{j=1}^{n_m} \Pi_j^n P_j^{n+1}}, \tag{11}$$

где P_j^{n+1} – прогнозная вероятность $n+1$-го наблюдения для j-й модели, вычисленной на базе n наблюдений:

$$P_j^{n+1} = Prob\left(y_{n+1} \middle| y_1, \ldots, y_n\right). \tag{12}$$

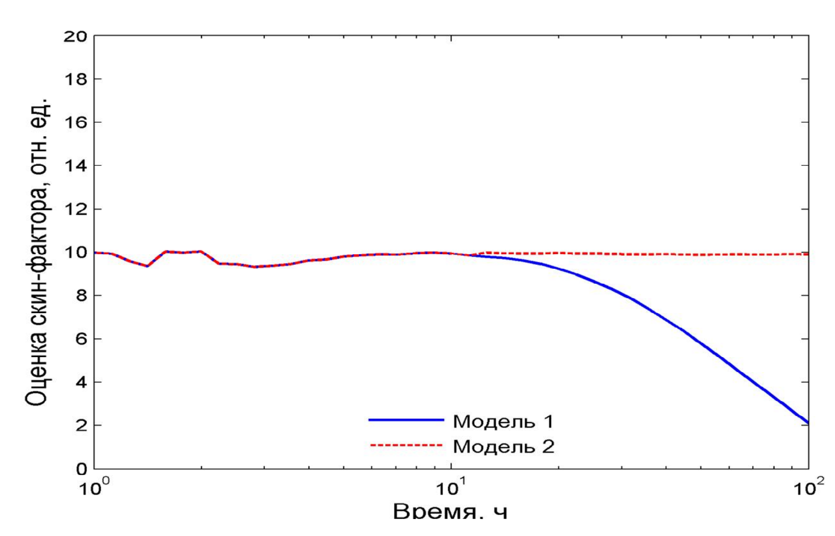


Рисунок 10 – Оценка скин-фактора

Выбросы могут привести к чересчур малой вероятности, поскольку прогнозное давление будет находиться далеко от резко выделяющегося значения экспериментальной величины 8. Однако трудно определить, какие точки данных являются выбросами до того, как будет выбрана истинная модель пласта. В результате в работе устанавливался нижний предел вероятности, что автоматически исключало из рассмотрения менее вероятные точки данных. На практике в случаях, когда вычисленное значение прогнозной вероятности лежит вне 95 % интервала, оно заменяется нижним пределом, в качестве которого выбирается величина вероятности на границе этого интервала. Математически это выражается следующим образом:

$$Prob\left(y_{n+1} \middle| \hat{y}_{n+1}\right) = \begin{cases} Prob\left(\hat{y}_{n+1} - 1{,}96 \cdot \sqrt{\sigma^2 + \sigma_p^2} \middle| \hat{y}_{n+1}\right), \text{ если } y_{n+1} < \hat{y}_{n+1} - 1{,}96 \cdot \sqrt{\sigma^2 + \sigma_p^2}; \\ Prob\left(\hat{y}_{n+1} + 1{,}96 \cdot \sqrt{\sigma^2 + \sigma_p^2} \middle| \hat{y}_{n+1}\right), \text{ если } y_{n+1} > \hat{y}_{n+1} + 1{,}96 \cdot \sqrt{\sigma^2 + \sigma_p^2}; \\ Prob\left(y_{n+1} \middle| \hat{y}_{n+1}\right), \text{ если } \hat{y}_{n+1} - 1{,}96 \cdot \sqrt{\sigma^2 + \sigma_p^2} \le y_{n+1} \le \hat{y}_{n+1} + 1{,}96 \cdot \sqrt{\sigma^2 + \sigma_p^2}. \end{cases} \tag{13}$$

Эта модификация делает метод менее чувствительным к выбросам в данных.

Когда параметры вычисляются на очередном шаге по времени, оценочные значения параметров на предыдущем шаге используются как начальное приближение. Другими словами, когда параметры определяются на основе $n+1$ точки данных, оценочные значения параметров, рассчитанные с помощью n точек данных, выступают в роли начальных оценок.

Пример дискриминантного анализа двух моделей пласта-коллектора

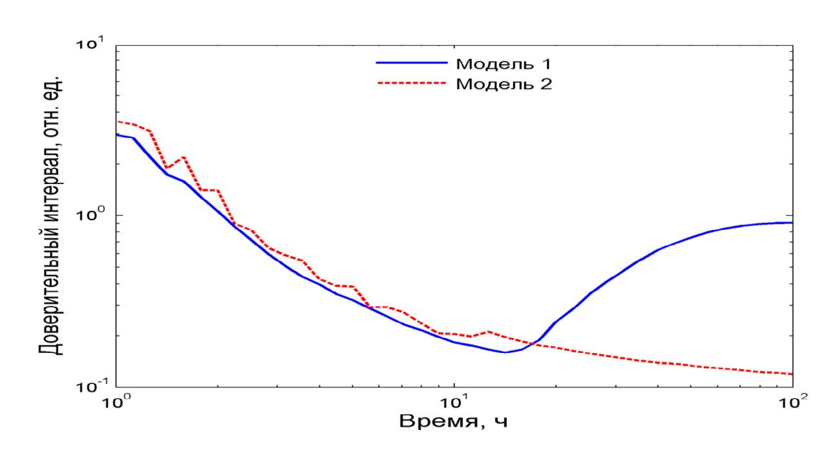


Рисунок 11 – Доверительный интервал оценки скин-фактора

Данные об изменении давления были получены на основе модели пласта с непроницаемой внешней границей, к которым добавлялись случайные ошибки, распределенные по нормальному закону с дисперсией $2,5 \cdot 10^{-5}$ МПа^2. Информация о пласте и насыщающем его флюиде взята из табл. 1. Истинные значения параметров $k = 0,05$ мкм^2, $S = 10$, $C = 0,2$ м^3/МПа и $r_e = 600$ м. Общее количество точек данных составило 81 точку.

Таблица 1 – Информация о пласте и насыщающем его флюиде

Радиус ствола скважины (r_w)	м	0,1
Мощность пласта (h)	м	5
Объемный коэффициент (B_o)	$[м^3]_{пласт}/[м^3]_{норм}$	1
Вязкость (μ)	Па·с	10^{-3}
Пористость (ϕ)		0,2
Первоначальное давление (P_i)	МПа	20
Общая сжимаемость (c_t)	МПа$^{-1}$	10^{-4}
Рабочий дебит (q)	м^3/сут	100

Таблица 2 – Конечные оценки параметров

Параметры	Единицы измерения	Модель 1	Модель 2	Истинные значения
k	мкм^2	$2,7094 \cdot 10^{-2}$	$4,9720 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-2}$
S		$0,2105 \cdot 10^{1}$	$0,9901 \cdot 10^{1}$	$1 \cdot 10^{1}$
C	м^3/МПа	$1,8734 \cdot 10^{-1}$	$2,0000 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^{-1}$
r_e	м	–	$6,0050 \cdot 10^{2}$	$6 \cdot 10^{2}$

Для простоты были выбраны две модели-кандидаты: модель радиального течения в бесконечном пласте и модель пласта с непроницаемой внешней границей, которые далее обозначены как «Модель 1» и «Модель 2» соответственно.

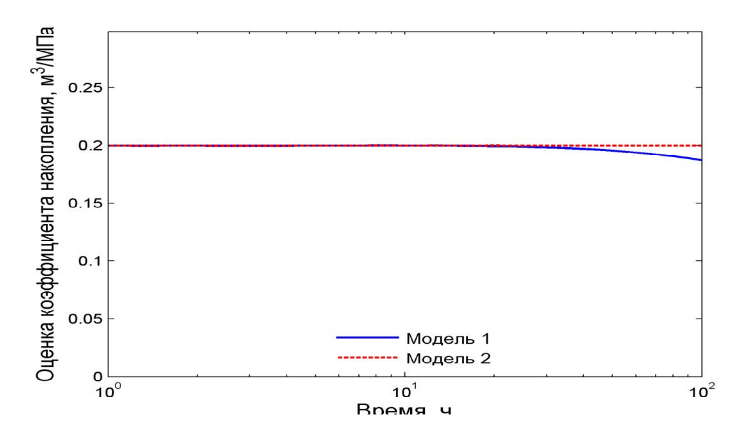


Рисунок 12 – Оценка коэффициента накопления

Конечные оценки параметров приведены в табл. 2. Подобранные по этим параметрам окончательные кривые изменения давления и его производной изображены на рис. 3.

Как следует из рис. 4, в течение времени примерно от 0,3 до 20 часов нормализованная суммарная вероятность для Модели 1 практически равна единице, т.е. Модель 1 заметно лучше соответствует данным на этом участке по сравнению с Моделью 2. Однако после примерно 20 часов нормализованная суммарная вероятность для Модели 2 быстро возрастает до единицы и остается такой вплоть до конца ГДИС. Другими словами, для адекватного описания пласта в его модели необходимо учитывать наличие непроницаемой внешней границы.

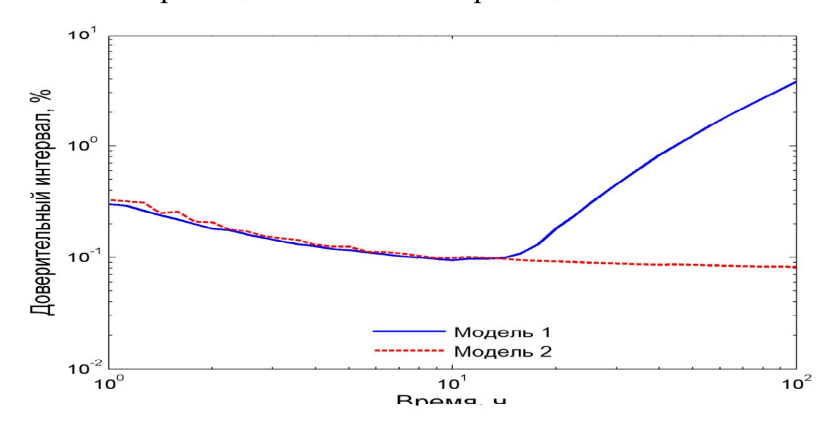


Рисунок 13 – Доверительный интервал оценки коэффициента накопления

С физической точки зрения, до того как проявятся граничные эффекты, данных о наличии внешней границы недостаточно, поэтому Модель 1 более адекватно отражает изменение давления. В результате, МППВ сначала отдает предпочтение модели течения в бесконечном пласте, а затем, когда информации становится больше, – модели пласта с непроницаемой внешней границей. Такой подход вполне согласуется с концепцией радиуса исследования.

Результаты данного эксперимента наглядно демонстрируют одно из требований МППВ, заключающееся в том, что процедура дискриминантного анализа моделей-кандидатов пласта-коллектора должна повторяться до тех пор, пока не закончатся данные. Если закончить исследование раньше, то возможна ситуация, когда Модели 1 все еще будет соответствовать значение нормализованной суммарной вероятности около единицы, тогда как очевидно, что эта модель не в состоянии объяснить резкий рост производной функции давления в виде прямой линии с единичным наклоном в конце ГДИС. Однако следует заметить, что нужно анализировать не только конеч-

ные значения нормализованных суммарных вероятностей, но также и их динамику (например, наличие трендов в течение определенного времени) на всем временном интервале ГДИС.

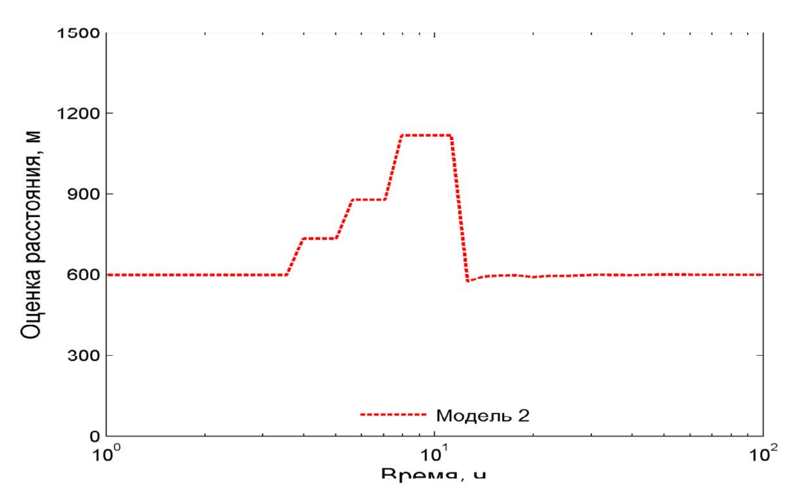


Рисунок 14 – Оценка расстояния до границы

На рис. 5 оценка дисперсии σ^2 для обеих моделей в начальные моменты времени имеет значение, близкое к истинному $2{,}5\cdot 10^{-5}$ МПа^2, а после примерно 12 часов дисперсия у Модели 1 быстро увеличивается, а у Модели 2 остается примерно на том же уровне.

Величина $\mathbf{g}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{g}$ для Модели 2 всегда выше, чем для Модели 1, что видно на рис. 6. Это явилось результатом добавления еще одного параметра (r_{e}) в модель пласта.

Общая прогнозная дисперсия $\left(1+\mathbf{g}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{g}\right)\cdot\sigma^2$ для Модели 1 сначала значительно меньше, чем для Модели 2 (рис. 7). Однако с ростом влияния внешней границы наличие дополнительного параметра r_{e} у Модели 2 улучшает ее согласие с данными, что перевешивает вклад этого параметра в увеличение величины $\mathbf{g}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{g}$. В результате общая прогнозная дисперсия для Модели 2 становится меньше, чем для Модели 1.

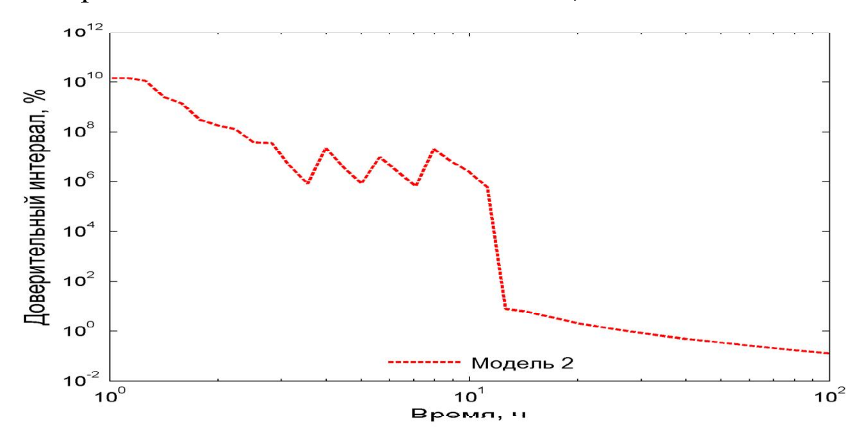


Рисунок 15 – Доверительный интервал оценки расстояния до границы

На рис. 8 представлены оценки проницаемости, полученные по обеим моделям. Флуктуации значений оценок в первые моменты времени вызваны нехваткой данных. Затем оценки принимают значения, близкие к истинному $0{,}05$ мкм^2, а после примерно 12 часов оценка проницаемости Модели 1 начинает сильно отклоняться от истинного значения из-за возникновения граничных эффектов. Соответствующие

доверительные интервалы (рис. 9) сначала уменьшаются с увеличением количества данных (причем у Модели 1 доверительные интервалы уже, чем у Модели 2), а затем, когда Модель 1 уже не согласуется с данными, ее доверительные интервалы начинают резко возрастать на фоне продолжающегося монотонного убывания значений доверительных интервалов Модели 2.

Оценки скин-фактора и соответствующие доверительные интервалы Модели 1 и Модели 2 на рис. 10 и 11 демонстрируют схожее поведение, что и для проницаемости. Это связано с тем, что в общем случае между проницаемостью и скин-фактором наблюдается сильная корреляция.

Коэффициент накопления, вычисляемый по Модели 1, имеет интересную особенность (рис. 12 и 13). Теоретически после окончания влияния ствола скважины данные ГДИС не содержат больше никакой информации об этом коэффициенте. Поэтому по идее оценка коэффициента накопления должна оставаться примерно постоянной. Однако в результате сильных граничных эффектов Модель 1 становится неадекватной наблюдаемым изменениям давления, поэтому алгоритм нелинейной регрессии при попытке подгонки кривой давления пытается «скомпенсировать» увеличение дисперсии за счет изменения всех параметров, в том числе и коэффициента накопления. Все это приводит к тому, что и оценки коэффициента накопления, и соответствующие доверительные интервалы, полученные по Модели 1 на момент окончания ГДИС, трудно назвать приемлемыми.

На рис. 14 представлены оценки расстояния до внешней границы. До 12 часов их отклонение от истинного значения достигает почти 100 %. Однако в конечном итоге с увеличением количества данных оценки расстояния сходятся к реальной величине 600 м. Аналогично соответствующие доверительные интервалы на рис. 15 в начальные моменты времени имеют чрезвычайно большое значение (порядка $10^6 \div 10^8$). В дальнейшем с ростом влияния внешней границы доверительные интервалы сужаются до приемлемых значений. Если сопоставить рис. 9 и 15, то можно отметить интересную особенность. Как известно, возникновение граничных эффектов приводит к тому, что в пласте устанавливается псевдо-стационарное состояние фильтрации флюидов. В результате на изменение давления сильнее начинают влиять размеры пласта, а не его проницаемость. Но поскольку при псевдо-стационарном режиме фильтрации новой информации о проницаемости меньше, то скорость спада кривой доверительных интервалов для проницаемости в Модели 2 также снижается.

Литература

1. Anraku T. Discrimination between reservoir models in well test analysis, Ph.D. Thesis. – Stanford University, 1993.
2. Денисов С.В. Оценка параметров и идентификация модели пласта по результатам гидродинамических исследований скважин // Вестник Московской Академии рынка труда и информационных технологий. – 2005. – № 9 (21). – С. 106-119.
3. Horne R.N. Modern well test analysis: a computer-aided approach. – 4th printing. – Petroway, 1990.

К.А. Сидельников, С.В. Денисов

Метод дискримінантного аналізу моделей пласта-колектора за результатами гідродинамічних досліджень свердловин

У статті описується новий кількісний метод для дискримінантного аналізу моделей, який був названий методом послідовного прогнозування ймовірностей. Цей метод базується на байєсівському висновку. Метод є безпосереднім продовженням способів, що використовують концепцію довірних інтервалів, але в той же час позбавлений їх основних недоліків.

K.A. Sidelnikov, S.V. Denisov

Method for Model Discrimination Analysis of Stratum-Collector on Result of Hydrodynamic Researches of Bore-hole

The article describes a new quantitative method for model discrimination, which is called the sequential predictive probability method. This method is based on Bayesian inference. The method is a direct extent extension of the use of confidence intervals, yet overcomes the weak points of confidence intervals.

Статья поступила в редакцию 02.07.2008.